

ساعت امتحان: 12 صبح
وقت امتحان: 120 دقیقه
تاریخ امتحان: 1390/10/13
تعداد برگ سؤال: یک برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف
نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه: سوم
رشته: ریاضی و فیزیک
سؤال امتحان درس: جبر و احتمال
نام دبیر: آقای مشایخی
سال تحصیلی: 90-91

3

1- با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید:

$$I) 2^n \times n! \times [1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)] = (2n)!$$

$$II) 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} > n \quad n \geq 2$$

2

2- با استدلال استنتاجی نشان دهید اگر n عددی طبیعی باشد، $n^3 + 2n$ بر 3 بخش پذیر است.

2

3- ثابت کنید اگر $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ دو عدد گنگ باشند $2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}$ نیز عددی گنگ است.

2

4- با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a+b}} \quad (a, b > 0)$$

1/5

5- 100 عدد طبیعی متمایز در اختیار داریم نشان دهید اگر این 100 عدد را بر 15 تقسیم کنیم حداقل 7 عدد دارای باقی مانده یکسانی بر 15 هستند.

2

6- نه عدد در اختیار داریم که در تجزیه آنها به عوامل اول فقط عاملهای 2 و 3 و 5 وجود دارند ثابت کنید حاصلضرب حداقل دو عدد از آنها مربع کامل است.

2

$$7- \text{هرگاه } A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}\right) \text{ مطلوبست } \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \quad \text{و} \quad \bigcup_{n=1}^{10} A_n$$

1/5

8- ثابت کنید: اگر $A \subset B$ باشد آنگاه $A' \subset B'$

4

9- برای هر سه مجموعه دلخواه ثابت کنید:

$$(1) A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

$$(2) (A - B) - C = (A - C) - (B - C)$$

20

پاسخنامه سفید داده شود.

پاسخ سؤالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه سفید ندارد.